Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS BIOALC • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS BioAlc

# Mathématiques - BTS, Groupement B

**Session 2022** • Code sujet : **22MATGRB2** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **1,5 pour Conception et industrialisation en microtechniques ; 2 pour Électrotechnique**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement


**1. Modélisation et étude de la vitesse d'un chariot pendant le freinage** (12 questions) **Page 3**

**2. Étude d'un système électrique par transformée de Laplace** (9 questions) **Page 6**

**3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**


**Sujet officiel (PDF) :** https://btsbioalc.fr/assets/annales/bts-bioalc/E2 - Mathématiques/2022/BTS BioAlc - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 2-Sujet.pdf

# 1. Modélisation et étude de la vitesse d'un chariot pendant le freinage

Un chariot de fête foraine, lancé à 20 m·s⁻¹, est ralenti par un système de freinage. Sa vitesse est modélisée par une fonction satisfaisant une équation différentielle, puis étudiée afin d'examiner son évolution, la possibilité d'un arrêt, la distance parcourue et son approximation locale.

## Partie A - Résolution d'une équation différentielle

**Question 1.a. Résoudre l'équation différentielle homogène y' + 0,8y = 0 sur l'intervalle considéré.**

La formule des solutions de $y' + ay = 0$, avec $a = 0,8$, donne directement $y(t) = ke^{-0,8t}$, où $k$ est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{-0,8t}$, $k \in \mathbb{R}$.

---

**Question 1.b. Vérifier que la fonction constante g(t) = 5 est une solution de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.**

La fonction constante $g(t) = 5$ a pour dérivée $g'(t) = 0$. Ainsi, $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$ : elle vérifie bien l'équation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est une solution de $y' + 0,8y = 4$.

---

**Question 1.c. Déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' + 0,8y = 4.**

Une solution particulière est $g(t) = 5$. En lui ajoutant les solutions de l'équation homogène, on obtient toutes les solutions de l'équation complète.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}$, $k \in \mathbb{R}$.

---

**Question 2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.**

La solution générale est $f(t) = 5 + ke^{-0,8t}$. Avec $f(0) = 20$, on obtient $5 + k = 20$, donc $k = 15$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

## Partie B - Étude de la fonction f

**Question 1.a. Démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.**

Lorsque $t \to +infty$, $e^{-0,8t} \to 0$. Dans $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, le terme exponentiel tend donc vers zéro.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +infty} f(t) = 5$.

**Question 1.b. Déduire de cette limite que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.**

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et vaut $5$. La courbe $C$ admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

**Question 2. À partir de l'expression donnée de f'(t), dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.**

Comme $e^{-0,8t} > 0$, on a $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$ sur l'intervalle. La fonction décroît de $f(0) = 20$ vers sa limite $5$.

| $t$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| **Signe de $f'(t)$** | $-$ | |
| **Variation de $f$** | $20$ | $\searrow 5$ |

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f$ est strictement décroissante de $20$ vers $5$.

**Question 3. Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.**

La vitesse diminue, mais tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, qui est strictement positive. Elle ne s'annule donc jamais selon ce modèle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, le chariot ne s'arrête pas : sa vitesse tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

**Question 4.a.** **Vérifier que F(t) = −18,75e^(−0,8t) + 5t est une primitive de f sur [0 ; +∞[.**

En dérivant, $F'(t) = -18,75 \times (-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5$. Cette expression étant égale à $f(t)$, $F$ est une primitive de $f$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$ : $F$ est une primitive de $f$.

**Question 4.b.** **Calculer la valeur exacte de la distance parcourue par le chariot entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

Par le théorème fondamental, $d = F(1) - F(0) = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$. La valeur décimale est arrondie au centimètre.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m $\approx 15,33$ m.

## Partie C - Étude locale

**Question 1.** **Choisir, parmi les propositions, le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte, à recopier sans justification.**

Le logiciel donne le polynôme $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. Le reste d'un développement limité à l'ordre 2 s'écrit $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ : c'est la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $20 - 12t + 4,8t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

**Question 2.** **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

Au point d'abscisse $0$, $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12$. La tangente a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 12t$.

## 2. Étude d’un système électrique par transformée de Laplace

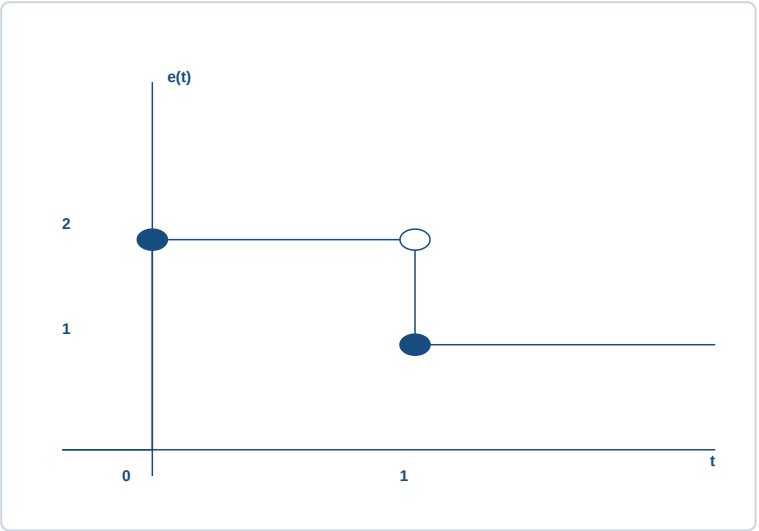
Un système électrique entrée-sortie reçoit le signal causal e(t) = 2U(t) − U(t − 1) et possède la fonction de transfert H(p) = 1/(p + 1). L’exercice porte sur le tracé et la transformée de Laplace du signal d’entrée, puis sur la détermination, la représentation graphique et l’étude du signal de sortie.

### Partie A - Signal d’entrée

**Question 1. Sur le document-réponse à rendre avec la copie, tracer la courbe représentative de la fonction e(t).**

Pour t<0, e(t)=0. À partir de t=0, e(t)=2. À t=1, le terme U(t-1) s’active : le signal passe à 1. Les points e(0)=2 et e(1)=1 sont donc fermés, tandis que le point de niveau 2 à t=1 est ouvert.

**Courbe du signal d’entrée e(t)**




> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> e(t)=0 si t<0, 2 si 0≤t<1, et 1 si t≥1.

**Question 2. Déterminer la transformée de Laplace E(p) du signal d’entrée.**

Par linéarité et d’après le formulaire, $\mathcal{L}\{U(t)\}=1/p$ et $\mathcal{L}\{U(t-1)\}=e^{-p}/p$. Ainsi, pour e(t)=2U(t)-U(t-1), on obtient directement la transformée cherchée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(p)=(2-e^{-p})/p$.

## Partie B - Signal de sortie

**Question 1. Démontrer que S(p) = 2/[p(p + 1)] − [1/(p(p + 1))]e^(−p).**

La relation S(p)=H(p)E(p), avec H(p)=1/(p+1) et E(p)=(2-e$^{-p}$)/p, donne :

$$S(p) = \frac{1}{p+1}\,\frac{2-e^{-p}}{p} = \frac{2}{p(p+1)} - \frac{e^{-p}}{p(p+1)}.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $$S(p) = \frac{2}{p(p+1)} - \frac{e^{-p}}{p(p+1)}.$$

**Question 2. Vérifier l'égalité 1/[p(p + 1)] = 1/p − 1/(p + 1).**

En mettant au même dénominateur, le membre de droite devient :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} = \frac{p+1-p}{p(p+1)} = \frac{1}{p(p+1)}.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $$\frac{1}{p(p+1)} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+1}.$$

**Question 3. Donner les transformées de Laplace inverses de 1/p, de 1/(p + 1), de (1/p)e^(−p) et de [1/(p + 1)]e^(−p).**

Les deux premières inverses sont des transformées usuelles. Pour les expressions multipliées par e$^{-p}$, on applique la propriété de retard d'une unité.

| Transformée | Transformée inverse |
|---|---|
| $1/p$ | $U(t)$ |
| $1/(p+1)$ | $e^{-t}U(t)$ |
| $e^{-p}/p$ | $U(t-1)$ |
| $e^{-p}/(p+1)$ | $e^{-(t-1)}U(t-1)$ |

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Dans l'ordre : $U(t)$, $e^{-t}U(t)$, $U(t-1)$, $e^{-(t-1)}U(t-1)$.

**Question 4.** **Déduire l'expression de s(t) sur l'intervalle [0 ; 1[.**

Avec $1/[p(p+1)] = 1/p - 1/(p+1)$, la partie non retardée de S(p) a pour inverse $2U(t)(1-e^{-t})$. Le terme retardé est nul pour 0≤t<1. Sur cet intervalle, on obtient donc :

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $s(t) = 2(1-e^{-t})$, pour $0 \leq t < 1$.

**Question 5.a.** **Sachant que s(t) = (e − 2)e^(−t) + 1 sur [1 ; +∞[, calculer s(1), puis donner sa valeur exacte et une valeur approchée au dixième.**

En évaluant l'expression donnée à t=1 :

$$s(1) = (e-2)e^{-1} + 1 = 2 - \frac{2}{e}.$$

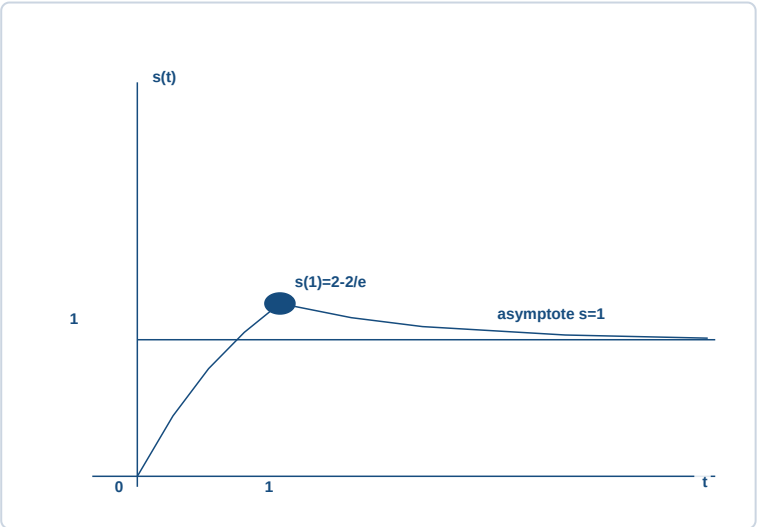
Cette valeur vaut environ 1,264, soit 1,3 au dixième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $s(1) = 2 - \dfrac{2}{e} \approx 1{,}3$.

**Question 5.b.** **Sur le document-réponse à rendre avec la copie, compléter la courbe représentative de la fonction s.**

Sur [0;1[, $s(t) = 2(1-e^{-t})$ croît de 0 à $2 - 2/e$. Pour t≥1, $s(t) = 1 + (e-2)e^{-t}$ décroît vers 1. La courbe atteint donc son maximum en t=1 et s'approche de l'asymptote horizontale s=1 par au-dessus.

**Courbe représentative du signal de sortie s(t)**



✓ RÉPONSE À RETENIR

Courbe croissante jusqu'à $(1; 2 - 2/e)$, puis décroissante vers l'asymptote $s = 1$.

**Question 5.c. Donner la limite de la fonction s(t) lorsque t tend vers +∞.**

Pour t≥1, $s(t) = 1 + (e - 2)e^{-t}$. Comme $e^{-t} \to 0$ lorsque t tend vers +∞, le terme exponentiel s'annule à la limite.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim_{t \to +\infty} s(t) = 1$.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS BIOALC

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

**Bilan de l'épreuve :** L'épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, porte le code 22MATGRB2 et dure deux heures. Le coefficient est de 1,5 en Conception et industrialisation en microtechniques et de 2 en Électrotechnique. Elle étudie le freinage d'un chariot et un système électrique, évaluant équations différentielles, analyse de fonction, intégration et transformées de Laplace.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' + ay = b, une solution générale s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène.
- Si f(t) tend vers L à l'infini, sa courbe admet l'asymptote horizontale d'équation y = L.
- La distance parcourue entre $t_0$ et $t_1$ est l'intégrale de la vitesse : $d = \int_{t_0}^{t_1} f(t)\,dt$.
- Le décalage temporel f(t − a)U(t − a) a pour transformée de Laplace F(p)e^(−ap).

### Points de vigilance & attentes du jury

- Appliquer la condition initiale après avoir établi l'ensemble des solutions de l'équation différentielle.
- Justifier les variations à partir du signe de la dérivée et préciser les limites aux bornes de l'intervalle.
- Pour calculer une distance, évaluer la primitive aux deux bornes, puis respecter l'unité et l'arrondi demandé.
- En transformée de Laplace, distinguer le décalage temporel du facteur exponentiel et représenter les ruptures du signal.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment trouver une solution particulière de l'équation différentielle du chariot ?**

Pour y' + 0,8y = 4, on peut tester une solution constante g. Sa dérivée est nulle et sa substitution dans l'équation permet de vérifier si elle convient. On ajoute ensuite cette solution particulière à la solution générale de l'équation homogène.

**Q : Comment reconnaître l'asymptote horizontale de la vitesse ?**

On calcule la limite de f(t) quand t tend vers +∞. Si cette limite est un réel L, la courbe admet l'asymptote horizontale d'équation y = L. Il faut considérer le domaine étudié, ici t ≥ 0.

**Q : Comment organiser le temps sur cette épreuve de deux heures ?**

Le sujet comporte deux exercices de 10 points : le freinage d'un chariot et les transformées de Laplace. Répartissez le temps entre les deux exercices, prévoyez les tracés sur le document-réponse et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et réponses.

**Q : Quels éléments sont attendus pour les tracés et les calculs ?**

Les signaux doivent être tracés sur le document-réponse. Certaines questions demandent une valeur exacte puis une approximation, ou une distance arrondie au centimètre. Pour le QCM sur le développement limité, une seule réponse est à recopier et aucune justification n'est demandée.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsbioalc.fr/assets/annales/bts-bioalc/E2 - Mathématiques/2022/BTS BioAlc - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 2-Sujet.pdf
**Ressources BTS BioAlc :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.