Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS BioAlc

Épreuve de mathématiques - Groupement B

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf pour la spécialité Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un charriot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Probabilités, durée de vie et intervalle de confiance (9 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbioalc.fr/assets/annales/bts-bioalc/E2 - Mathématiques/2022/BTS BioAlc - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d'un charriot de fête foraine

Un charriot de fête foraine se déplace à 20 m·s⁻¹ avant d'être ralenti par un système de freinage, et sa vitesse est modélisée par une fonction f. L'étude mobilise une équation différentielle, les variations et la limite de f, le calcul d'une distance parcourue, un développement limité et une tangente.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l'équation différentielle homogène (E₀) : y' + 0,8y = 0.

Pour l'équation homogène de la forme $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = Ce^{-at}$. Ici, $a = 0,8$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t}, \quad C \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. La fonction g est définie par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

$g'(t) = 0$ et $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$. Le membre de gauche vaut donc bien le membre de droite de l'équation (E).

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g(t) = 5$ est une solution de (E).

Question 1. c. Déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

Les solutions de l'équation complète s'obtiennent en ajoutant la solution particulière 5 aux solutions de l'équation homogène associée.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = 5 + Ce^{-0,8t}, \quad C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

1. Dans la solution générale, $f(0) = 5 + C$, car $e^0 = 1$.
2. La condition $f(0) = 20$ donne $C = 20 - 5 = 15$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0,8t} \to 0$. Dans $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, le terme exponentiel tend donc vers zéro et le terme constant reste égal à 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. En déduire que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

> La limite de $f(t)$ en $+\infty$ étant finie et égale à 5, la courbe C admet une asymptote horizontale d'ordonnée 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. À l'aide de l'expression donnée pour f'(t), dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. La fonction est strictement décroissante. Elle part de $f(0) = 20$ et tend vers 5.

t	0	$+\infty$
Signe de $f'(t)$	$-$	
Variation de f	20	5

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Le système de freinage permet-il au charriot de s'arrêter ?

Pour tout $t \geq 0$, $15e^{-0,8t} > 0$. Ainsi, $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$: la vitesse ne s'annule jamais, même si elle tend vers $5\ \mathrm{m\backslash cdotps^{-1}}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, le charriot ne s'arrête pas.

Question 4. a. **La fonction F est définie par F(t) = -18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur [0 ; +∞[.**

1. $\frac{d}{dt}\left(-18,75e^{-0,8t}\right) = (-18,75)(-0,8)e^{-0,8t} = 15e^{-0,8t}$.
2. Donc $F'(t) = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$, ce qui vérifie que F est une primitive de f.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. **La distance parcourue entre les instants t_0 et t_1 est donnée par l'intégrale de f entre ces deux instants. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance vaut $F(1) - F(0)$. Ainsi, $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ mètres. L'arrondi au centimètre s'obtient en évaluant cette expression.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}\ \text{m} \approx 15,33\ \text{m}$.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Parmi les propositions, recopier l'unique développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro qui est exact. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse, multiple ou absente ne rapporte ni n'enlève de point.**

> Le terme régulier donné par le logiciel est $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. Le reste d'un développement limité à l'ordre 2 doit être de la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim_{t\to 0}\varepsilon(t) = 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente en $t = 0$ est $y = f(0) + f'(0)t$. Or $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12e^0 = -12$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 12t$.

2. Probabilités, durée de vie et intervalle de confiance

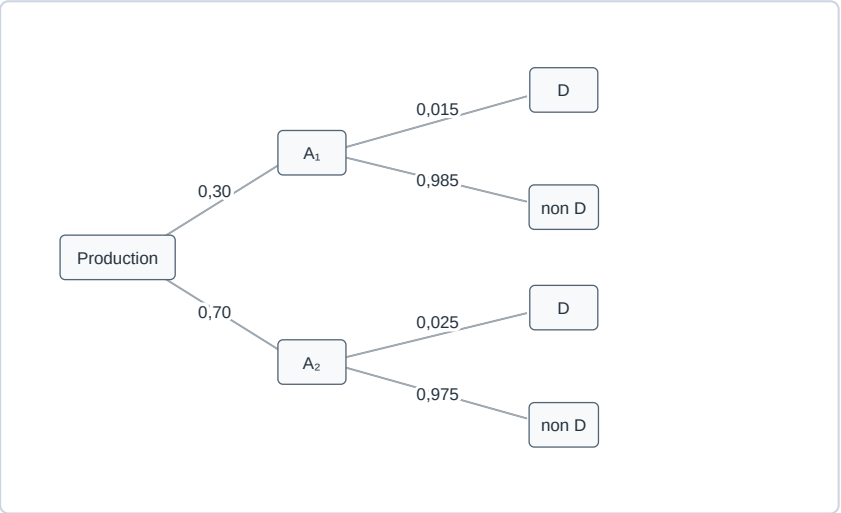
Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers, et des tests servent à étudier les défauts selon l'atelier d'origine. L'exercice étudie aussi la durée de fonctionnement des tubes par une loi exponentielle et l'estimation de la proportion de rivets conformes à partir d'un échantillon de 1 000 rivets.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la situation, en indiquant les probabilités correspondant aux ateliers et à la présence d'un défaut.

On construit l'arbre en deux étapes : le premier embranchement distingue les ateliers selon leur part de production, puis chaque atelier mène aux issues « défaut » et « sans défaut ». Les probabilités des premières branches sont 0,30 et 0,70. Pour chaque atelier, la branche « sans défaut » porte la probabilité complémentaire de celle de la branche « défaut », soit respectivement 0,985 et 0,975.

Arbre pondéré des ateliers et des défauts



Les probabilités des branches « défaut » et « sans défaut » sont conditionnelles à l'atelier.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Branches : A_1 (0,30), A_2 (0,70) ; défaut après A_1 (0,015) et A_2 (0,025), avec leurs complémentaires indiquées dans l'arbre.

Question 2. Calculer la probabilité $P(A_1 \cap D)$, où A_1 désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

Pour obtenir la probabilité que les deux événements se réalisent, on multiplie la probabilité de provenir de l'atelier 1 par la probabilité conditionnelle d'un défaut dans cet atelier. Les données sont $P(A_1) = 0,30$ et $P_{A_1}(D) = 0,015$. Ainsi, $P(A_1 \cap D) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$. Cette probabilité représente 0,45 % de la production totale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité qu'un tube provienne de l'atelier 1 et présente un défaut est $P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit 0,45 %.

Question 3. Montrer que la probabilité qu'un tube choisi au hasard présente un défaut est P(D) = 0,022.

Les événements « provenir de l'atelier 1 » et « provenir de l'atelier 2 » forment une partition de la production. On additionne donc les probabilités des deux cas où un défaut est présent :

$$P(D) = P(A_1)P_{A_1}(D) + P(A_2)P_{A_2}(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,022.$$

La probabilité totale de défaut est ainsi de 2,2 %.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour l'ensemble de la production, la probabilité qu'un tube présente un défaut est $P(D) = 0,022$, soit 2,2 %.

Question 4. Sachant que le tube ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

On cherche une probabilité conditionnelle parmi les tubes sans défaut. La probabilité d'être issu de l'atelier 2 et sans défaut vaut $0,70 \times 0,975 = 0,6825$. La probabilité d'un tube sans défaut est $1 - 0,022 = 0,978$. On divise la première valeur par la seconde : $P(A_2 \mid \overline{D}) = 0,6825 / 0,978 \approx 0,698$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Parmi les tubes sans défaut, environ 69,8 % proviennent de l'atelier 2 : $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.

Le sujet fournit la formule de l'espérance d'une loi exponentielle : $E(T) = \frac{1}{\lambda}$. En remplaçant le paramètre par $0,001$, on obtient $E(T) = \frac{1}{0,001} = 1\,000$ heures. Cette espérance correspond à la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes. Elle ne signifie pas que chaque tube fonctionne exactement 1 000 heures.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La durée moyenne de bon fonctionnement d'un tube est $E(T) = 1\,000$ heures.

Question 2. Calculer, en arrondissant à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé au hasard soit inférieure à 8 000 heures.

Pour une loi exponentielle, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Avec $t = 8\,000$ et $\lambda = 0,001$, l'exposant vaut -8. La loi étant continue, $P(T < 8\,000) = P(T \leq 8\,000)$.

```
1 - e^(-0,001 × 8 000) = 1 - e^(-8) ≈ 0,9997
```

À 10^{-2} près, cela s'arrondit à 1,00.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que la durée soit inférieure à 8 000 heures, arrondie au centième, est $1,00$.

Question 3. Calculer, en arrondissant à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé au hasard soit supérieure à 10 000 heures.

La probabilité de dépasser une durée t est la probabilité complémentaire de $T \leq t$, donc $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Pour 10 000 heures, le calcul donne :

$$P(T > 10\,000) = e^{-0{,}001 \times 10\,000} = e^{-10} \approx 0{,}0000454.$$

Cette valeur est très faible. Arrondie au centième comme demandé, elle devient 0,00.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité de dépasser 10 000 heures, arrondie au centième, est $0,00$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Sur les 1 000 rivets prélevés, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de rivets conformes.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence de rivets conformes observée dans l'échantillon. Sur 1 000 rivets, 975 sont conformes, donc $f = \frac{975}{1\,000} = 0,975$. Cette fréquence, soit 97,5 %, sert d'estimation de la proportion de rivets conformes dans l'ensemble de la production.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'estimation ponctuelle de la proportion de rivets conformes est $f = 0,975$, soit 97,5 %.

Question 2. À l'aide de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance de 95 %, centré sur la fréquence observée f. Arrondir les bornes à 10^{-3} près.

La formule fournie donne la marge $1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$. Avec $f = 0,975$ et $n = 1\,000$, cette marge vaut environ $0,009677$. L'intervalle centré sur f est donc calculé ainsi :

Borne	Calcul	Arrondie au millième
Inférieure	$0,975 - 0,009677 \approx 0,965323$	0,965
Supérieure	$0,975 + 0,009677 \approx 0,984677$	0,985

Les bornes sont arrondies comme demandé à 10^{-3} près.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'intervalle de confiance à 95 % de la proportion est $[0,965 \ ; \ 0,985]$.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS BIOALC

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, porte le code 22MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient est 2, sauf pour la spécialité Traitement des matériaux, où il est 3. Ses deux exercices de dix points étudient le freinage d'un charriot et des contrôles industriels, avec équations différentielles, fonctions, probabilités, loi exponentielle et estimation statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de $y' + ay = 0$ sont de la forme $y(t) = ke^{-at}$.
- Si $f(t)$ tend vers une limite finie L en $+\infty$, la courbe de f admet l'asymptote horizontale d'équation $y = L$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-lt}$.
- L'intervalle de confiance à 95 % fourni dans le sujet est $f \pm 1{,}96\sqrt{(f(1 - f)/n)}$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Dans l'équation différentielle, appliquer la condition initiale à la solution générale et vérifier le signe de l'exponentielle.
- Ne pas confondre une vitesse qui tend vers une limite positive avec une vitesse qui atteint zéro.
- Sur un arbre pondéré, inscrire les probabilités conditionnelles et vérifier que les branches issues d'un même nœud totalisent 1.
- Pour l'intervalle de confiance, utiliser la fréquence observée f, l'effectif n et l'arrondi demandé.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle du premier exercice ?

On résout d'abord l'équation homogène $y' + 0{,}8y = 0$, puis on ajoute une solution particulière constante. La condition $f(0) = 20$ permet de déterminer la constante de la solution générale.

Q : Comment calculer une probabilité conditionnelle à partir de l'arbre ?

Pour calculer $P(A_2$ sachant non D), on divise $P(A_2 \cap$ non D) par P(non D). Le numérateur est le produit des probabilités sur la branche correspondante, et le dénominateur se calcule avec la probabilité totale de non-défaillance.

Q : Comment répartir son temps et organiser l'épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comprend deux exercices de dix points. Les parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment : repérez les questions accessibles, puis gardez du temps pour vérifier les calculs, les unités et les arrondis.

Q : Quels éléments sont importants pour la notation des calculs et des résultats ?

La calculatrice est autorisée, y compris en mode examen. Présentez les formules utilisées, justifiez les étapes demandées, interprétez les résultats dans le contexte lorsque cela est requis et respectez précisément les arrondis indiqués.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbioalc.fr/assets/annales/bts-bioalc/E2 - Mathématiques/2022/BTS BioAlc - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS BioAlc : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.