Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS BIOALC • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS BioAlc

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d’un train à propulsion électromagnétique et calcul d’une aire (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d’hypothèse (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbioalc.fr/assets/annales/bts-bioalc/E2 - Mathématiques/2018/BTS BioAlc - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d'un train à propulsion électromagnétique et calcul d'une aire

Un projet de train à très haute vitesse étudie le déplacement d'un wagon dans un tube à basse pression et vise une vitesse de 400 km/h en moins de deux minutes. L'exercice modélise la distance parcourue, étudie cette fonction et calcule l'aire d'une pièce destinée aux futures gares.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène (E0) : y' − 0,2y = 0.

On compare avec la formule fournie : pour une équation de la forme $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $a = -0{,}2$, donc $-a = 0{,}2$. La constante k est réelle et la solution est définie sur tout l'intervalle demandé. Cette famille décrit l'ensemble des solutions de l'équation homogène.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = −15t − 75 est une solution de l'équation différentielle (E) : y' − 0,2y = 3t.

On dérive la fonction proposée : $g'(t) = -15$. En remplaçant y par $g(t)$ dans le membre de gauche de (E), on obtient $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$. On retrouve le membre de droite pour tout $t \in [0, 3]$. Ainsi, la fonction donnée vérifie bien l'équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution de (E) sur $[0, 3]$.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

Les solutions de l'équation différentielle avec second membre s'obtiennent en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène associée. La solution particulière est $g(t) = -15t - 75$, et les solutions homogènes sont $ke^{0{,}2t}$. La somme donne donc toutes les solutions de (E), où k peut prendre n'importe quelle valeur réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'à t = 0 le wagon est au point de départ.

La solution générale est $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$. À l'instant initial, la condition $f(0) = 0$ donne $k - 75 = 0$, donc $k = 75$. En remplaçant la constante dans la solution générale, on obtient la fonction qui vérifie à la fois l'équation différentielle et la position initiale du wagon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75 = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression de f'(t) fournie par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. Comme la fonction exponentielle est strictement croissante, cela équivaut à $0,2t \geq 0$, donc à $t \geq 0$. Sur l'intervalle étudié, l'inégalité est vérifiée partout, avec égalité en $t = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de f sur [0, 3].

La dérivée est positive ou nulle sur $[0, 3]$, et strictement positive pour $t > 0$. La fonction f est donc croissante sur cet intervalle. Elle part de $f(0) = 0$ et atteint à l'extrémité droite $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$. Le tableau résume ses variations et les valeurs aux bornes.

t	**0**	**3**
$f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45$
Variation	↗	

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante de 0 à $75(e^{0,6} - 1) - 45$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute, puis arrondir le résultat au dixième.

La distance parcourue après une minute est la valeur de f en $t = 1$. On calcule $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1{,}6052$ km. La consigne demande un arrondi au dixième de kilomètre : le chiffre des centièmes ne modifie pas le chiffre des dixièmes. La distance arrondie est donc de 1,6 km.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $1{,}6$ km après une minute.

Question 3° a). Sachant que la vitesse du wagon à l'instant t correspond à f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes en kilomètres par minute et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse instantanée est donnée par $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètres par minute. À $t = 2$, on obtient $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7{,}377$ km/min. L'arrondi demandé au dixième conserve un chiffre après la virgule. Cette valeur est exprimée en kilomètres par minute, comme le demande la question.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> À deux minutes, la vitesse est de $7{,}4$ km/min.

Question 3° b). Indiquer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

La vitesse à deux minutes vaut environ $7{,}377$ km/min. En multipliant par 60, on obtient environ $442{,}6$ km/h, au-dessus des 400 km/h visés. De plus, $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ est croissante et vaut 0 au départ. Le seuil est donc dépassé à deux minutes et a nécessairement été atteint avant cet instant.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, le wagon atteint 400 km/h avant deux minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. Recopier la réponse retenue sans justification.

La pente de la tangente en $t = 2$ est $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$. Avec la formule donnée, $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$, où $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. Après simplification, on retrouve la troisième proposition du tableau. C'est cette équation qu'il faut recopier.

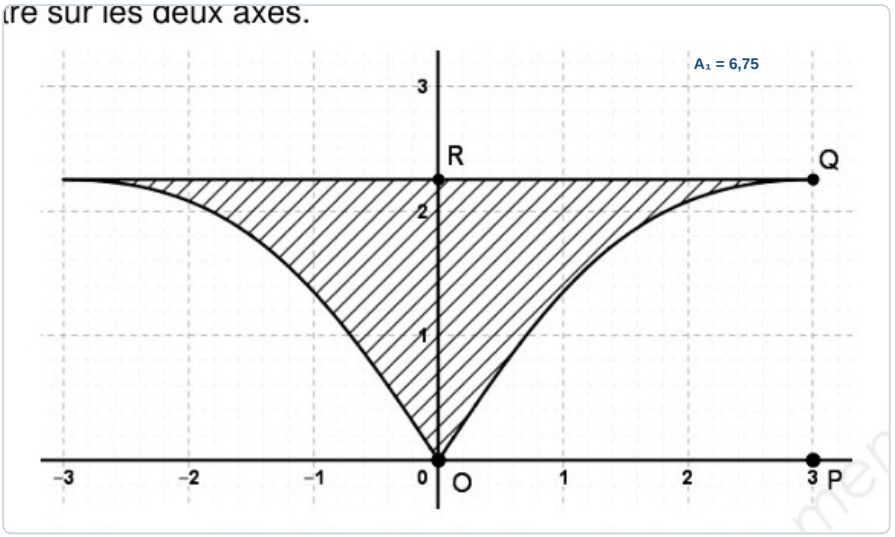
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du schéma et des propositions, choisir l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire. Recopier la réponse retenue sans justification.

Le schéma montre que le rectangle $OPQR$ s'étend de $x = 0$ à $x = 3$, soit une largeur de 3. Son bord supérieur est la droite $y = 2{,}25$, donc sa hauteur est 2,25. L'aire est le produit de ces dimensions : $A_1 = 3 \times 2{,}25 = 6{,}75$ unités d'aire. Cette valeur correspond à la troisième proposition.

Aire du rectangle OPQR



✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6{,}75$ u. a.

Question 2°. En utilisant la primitive fournie de g(x) = 27x/(2x² + 18), calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

Sur $[0, 3]$, la fonction g est positive, donc l'aire cherchée est son intégrale. La primitive fournie donne $A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2+9)\right]_0^3$. Ainsi, $A_2 = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}678743$. L'aire au millième est donc 4,679 unités d'aire.

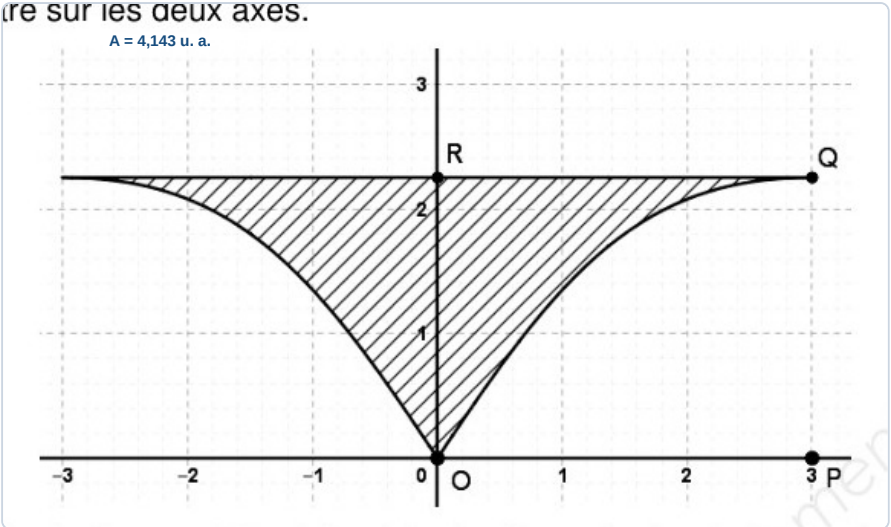
✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4{,}679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, puis arrondir le résultat au millième.

Par symétrie, l'aire totale est le double de celle située à droite de l'axe des ordonnées. Sur cette moitié, l'aire hachurée est l'aire du rectangle moins l'aire sous la courbe : $A = A_1 - A_2$, puis on double. Ainsi, $A = 2(6{,}75 - \frac{27}{4}\ln 2) \approx 4{,}142514$. L'arrondi au millième donne l'aire demandée.

Aire hachurée totale



✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4{,}143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

L'exercice étudie deux formes d'obsolescence programmée sur une population de smartphones, puis le nombre d'appareils non réparables dans un lot de modèle A. Il se termine par un test bilatéral vérifiant une affirmation sur la marque B à partir d'un échantillon de personnes.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur les obsolescences technique et logicielle dans une population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant les deux types d'obsolescence et leurs totaux.

Les effectifs correspondant à 3 % et 8 % de 200 sont respectivement 6 et 16. Parmi les 16 smartphones touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2. Les autres cases se déduisent des totaux de lignes et de colonnes.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs complétés : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; 16, 184, 200.

Question 2°. Pour les événements T, « le smartphone est touché par l'obsolescence technique », et L, « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et la probabilité conditionnelle P_L(T).

Les données de l'énoncé donnent directement les deux probabilités simples : 3 % des smartphones sont touchés par l'obsolescence technique et 8 % par l'obsolescence logicielle. La probabilité conditionnelle demandée concerne uniquement les smartphones touchés par L : parmi ceux-ci, 12,5 % sont également touchés par T. On convertit ces pourcentages en nombres décimaux.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,030$, $P(L) = 0,080$ et $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∩ L).

Par définition de la probabilité conditionnelle, $P_L(T) = P(T \cap L)/P(L)$. On réarrange cette relation : $P(T \cap L) = P(L)P_L(T)$. En remplaçant par les données de la question précédente, on obtient $0,080 \times 0,125$. Cette intersection correspond aux smartphones atteints simultanément par les obsolescences technique et logicielle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,010$.

Question 3° b). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∪ L).

Pour calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'une des deux obsolescences, on utilise la formule de l'union : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$. Il faut soustraire l'intersection, car elle est comptée deux fois dans la somme des probabilités de T et de L.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0,100$.

Question 3° c). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité conditionnelle P_T(L).

La probabilité conditionnelle $P_T(L)$ désigne la proportion de smartphones touchés par L parmi ceux touchés par T. On applique la formule $P_T(L) = P(T \cap L)/P(T)$. Avec l'intersection trouvée précédemment et $P(T) = 0,030$, le quotient vaut $0,010/0,030$. On arrondit au millième, comme demandé dans l'exercice.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0,333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50 appareils prélevés, suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

On considère chaque prélèvement comme une épreuve de Bernoulli : le succès est « le smartphone est non réparable », de probabilité $p = 0,045$. Le stock étant suffisamment important, l'énoncé assimile les prélèvements à des tirages avec remise. Les épreuves sont donc indépendantes, avec une probabilité de succès constante. Le nombre de succès sur 50 épreuves suit une loi binomiale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$X \sim \mathcal{B}(50; 0,045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Un lot entièrement réparable correspond à l'événement $X = 0$, c'est-à-dire à aucun smartphone non réparable parmi les 50. La probabilité qu'un appareil soit réparable est $1 - 0,045 = 0,955$. Les tirages étant assimilés à des tirages avec remise, la probabilité recherchée est le produit de 50 probabilités identiques, soit $0,955^{50}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0) = 0,100$ au millième.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni, puis recopier et compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque valeur de i, on calcule $P(X = i) = \binom{50}{i}(0,045)^i(0,955)^{50-i}$. L'algorithme ajoute ensuite cette probabilité à la somme précédente. Les valeurs de la ligne S sont donc les sommes cumulées, arrondies au millième pour compléter le tableau.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Les résultats du tableau sont arrondis au millième.

Tableau de l'algorithme complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilités : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes cumulées : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À chaque passage dans la boucle, la probabilité correspondant à une nouvelle valeur de i est ajoutée à S. Après le dernier passage, S vaut donc $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$. Cet événement signifie que le lot contient au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S \approx 0,813$: environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois appareils non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est $E(X) = np$. Ici, $n = 50$ et $p = 0,045$, donc $E(X) = 50 \times 0,045 = 2,25$. Cette espérance décrit une moyenne sur un grand nombre de lots, et non un nombre nécessairement entier d'appareils dans chaque lot.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(X) = 2,25$ smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0 : p = 0,55, choisir parmi les trois propositions la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Recopier la réponse retenue sans justification.

Sous H_0, la fréquence suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central contenant 95 % des valeurs est centré sur la moyenne et correspond approximativement à 1,96 écart type de chaque côté. Ainsi, $h \approx 1,96 \times 0,037 = 0,07252$, soit 0,07 au centième. La proposition à retenir est donc celle-ci.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Réponse : 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral de niveau de signification 5 % portant sur H0 : p = 0,55.

Pour un test bilatéral de niveau 5 %, on ne rejette pas H_0 lorsque la fréquence observée se trouve dans l'intervalle central de 95 % sous cette hypothèse. Avec $h \approx 0,07$, les bornes sont $0,55 - 0,07 = 0,48$ et $0,55 + 0,07 = 0,62$. Hors de cet intervalle, on rejette l'hypothèse nulle au seuil fixé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si $0,48 \leq F \leq 0,62$; la rejeter sinon.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Conclure au regard du test.

La fréquence observée dans l'échantillon est $76/180 \approx 0,422$. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de non-rejet déterminé pour le test. La fréquence observée se situe donc dans la région de rejet de l'hypothèse nulle au seuil de signification de 5 %.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 au seuil de 5 % ; la fréquence observée est inférieure à 0,55.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS BIOALC

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, durée deux heures et coefficient variable selon la spécialité, de 1 à 3. L'exercice 1 étudie le démarrage d'un train à très haute vitesse par équation différentielle, étude de fonction et calcul d'aire. L'exercice 2 mobilise probabilités conditionnelles, loi binomiale et test bilatéral sur l'obsolescence des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' − ay = 0, les solutions sont y(t) = k e^(at) ; une solution particulière complète ensuite les solutions de l'équation avec second membre.
- La dérivée f'(t) représente la vitesse instantanée lorsque f est une distance ; le signe de f' détermine les variations de f.
- Pour une loi binomiale B(n, p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1 − p)^(n − k) et E(X) = np.
- Pour deux événements T et L, P(T ∩ L) = P(L)P_L(T) et P(T ∪ L) = P(T) + P(L) − P(T ∩ L).

Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de comparer une vitesse à l'objectif de 400 km/h.
- Pour l'aire, lire le schéma, utiliser la symétrie et distinguer l'aire du rectangle de celle sous la courbe.
- Pour justifier une loi binomiale, identifier le nombre d'essais, les deux issues, l'indépendance supposée et la probabilité constante.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée à l'intervalle d'acceptation et conclure explicitement au sujet de H0.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser la dérivée pour vérifier la vitesse du wagon ?

La dérivée f'(t) donne la vitesse en kilomètres par minute. Évaluez-la à l'instant demandé, puis multipliez par 60 pour obtenir des kilomètres par heure et comparer la vitesse à l'objectif de 400 km/h.

Q : Comment reconnaître la loi binomiale dans la partie sur les smartphones ?

Le lot comporte 50 prélèvements assimilés à des tirages avec remise. Chaque appareil a une probabilité constante de 0,045 d'être non réparable. Le nombre d'appareils non réparables suit donc une loi binomiale de paramètres 50 et 0,045.

Q : Comment organiser mon temps pour cette épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de dix points. Répartissez le temps entre les exercices, traitez les parties indépendantes sans attendre et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, arrondis et unités.

Q : Les questions à choix multiples demandent-elles une justification ?

Non. Pour les questions à choix multiples, le sujet demande de recopier la réponse choisie sans justification. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou absente ne rapporte ni n'enlève de point.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbioalc.fr/assets/annales/bts-bioalc/E2 - Mathématiques/2018/BTS BioAlc - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS BioAlc : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.